



Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

- 1-1 Η Επιστήμη της Αντοχής των Υλικών,
- 1-2 Γενικές παραδοχές,
- 1-3 Κατάταξη δυνάμεων,
- 1-4 Είδη στήριξεων,
- 1-5 Μέθοδος τομών,
Παραδείγματα,
- 1-6 Σχέσεις μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων,
Παραδείγματα,
- 1-7 Κατανομή εσωτερικών αντιδράσεων στην διατομή,
- 1-8 Συντελεστής ασφάλειας



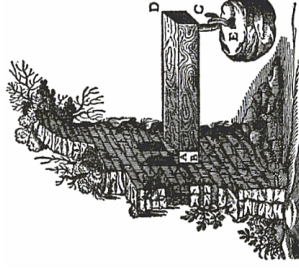
Η Επιστήμη της Αντοχής των Υλικών:

- Αντικείμενο της Αντοχής των Υλικών είναι η **ανάπτυξη των μαθηματικών σχέσεων** που απαιτούνται για την σύνδεση των εξωτερικών φορτίων με τις εσωτερικές αντιδράσεις (τάσεις και παραμορφώσεις) ενός δομικού στοιχείου (π.χ. τμήμα μηχανής ή κατασκευής ή ολόκληρη η μηχανή ή κατασκευή) με συγκεκριμένη στήριξη.
- Η Αντοχή των Υλικών χρησιμοποιεί αρχές και μεθόδους από την *Μηχανική του Στερεού Σώματος*, των *Μαθηματικών* και της *Μηχανικής Συμπεριφοράς των Υλικών*.
- Η Αντοχή των Υλικών αποτελεί βασικό εργαλείο για την σχεδίαση μιας μηχανολογικής κατασκευής (π.χ. *Στοιχεία Μηχανών*).

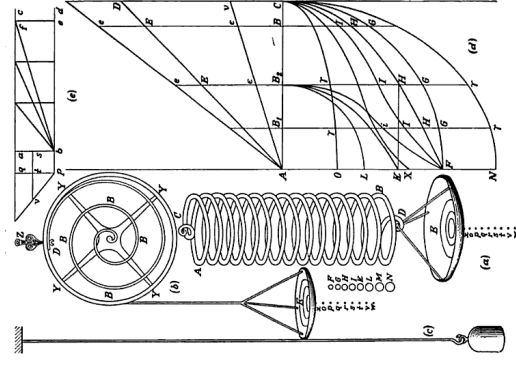


Ιστορική Αναδρομή:

- Ως ανεξάρτητη επιστήμη η Αντοχή των Υλικών εμφανίζεται τον 17^ο αιώνα.
- Το 1638 ο Galileo Galilei δημοσιεύει στο έργο του “*Two New Sciences*” σκέψεις για την σχέση των διαστάσεων των κατασκευών με την δυνατότητα τους να μεταφέρουν φορτίο.
- Εισαγάγει τις δοκιμές του εφελκυσμού και της κάμψης.
- Το 1678 ο Robert Hooke δημοσιεύει στο έργο του “*De Potentia Restitutiva*” αποτελέσματα πειραμάτων με ελατήρια για τις ελαστικές ιδιότητες των σωμάτων. Ανάπτυξη του νόμου του Hooke.



Πείραμα εφελκυσμού Πείραμα κάμψης

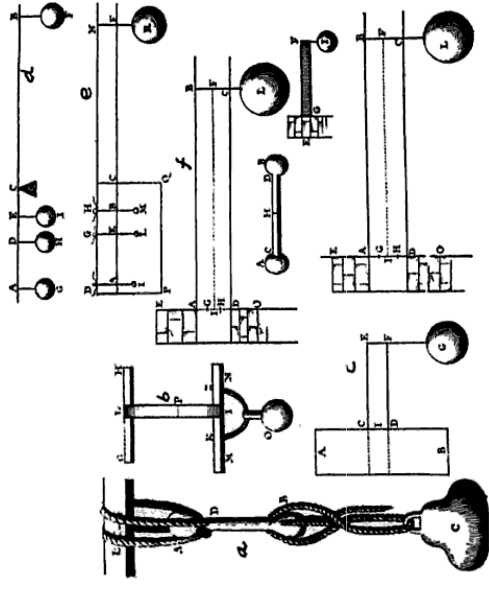


Πειραματικές διατάξεις και αποτελέσμα του Hooke



Ιστορική Αναδρομή:

- Ο Mariotte (1620-1684) σε εργασία που δημοσίευσε το 1686 πρότεινε μια σειρά πειραμάτων για μέτρηση της αντοχής των σωμάτων.
- Συμβολή των Bernoulli, Euler και Lagrange στην ανάπτυξη της θεωρίας της «ελαστικής καμπύλης» που βρίσκει εφαρμογή στην κάμψη και τον λυγισμό.



- Ο Thomas Young (1773-1829) εισήγαγε για πρώτη φορά στην εργασία του “A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts” την έννοια του «μέτρου ελαστικότητας» μέσα από πειράματα εφελκυσμού και θλίψης σε δοκούς. Το μέτρο ελαστικότητας των υλικών ονομάζεται και «μέτρο του Young» (Young’s modulus).

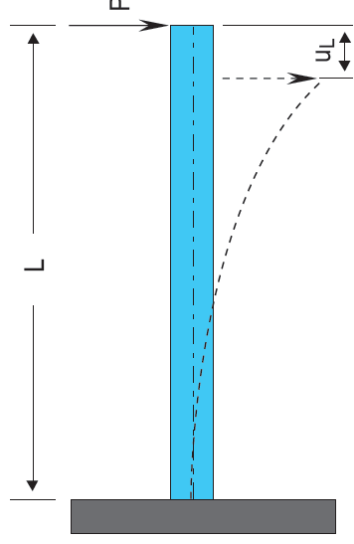


Γενικές παραδοχές:

- Στην επιστήμη, η ανάπτυξη μαθηματικών εργαλείων βασίζεται σε υποθέσεις και παραδοχές.
- Η Αντοχή των Υλικών βασίζεται σε υποθέσεις και παραδοχές που προκύπτουν από πειραματικές παρατηρήσεις και την *Μαθηματική Θεωρία της Ελαστικότητας*.

1^η Παραδοχή:

Οι παραμορφώσεις του σώματος θεωρούνται πολύ μικρές σε σχέση με τις διαστάσεις του.
Οι εξισώσεις ισορροπίας καταστρώνονται στο αρχικό μη-παραμορφωμένο σώμα.



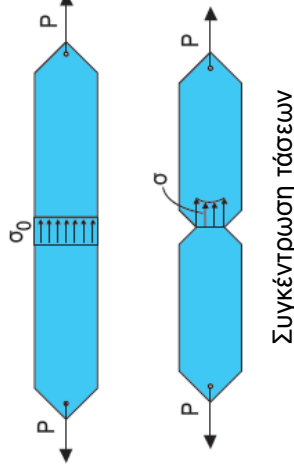
- Είναι πολύ δύσκολο να πάρουμε ισορροπία στο παραμορφωμένο σώμα διότι οι διαστάσεις του είναι εξ'αρχής άγνωστες.



Γενικές παραδοχές:

2η Παραδοχή:

Τα σώματα που εξετάζονται θεωρούνται συνεχή χωρίς κενά και ασυνέχειες.



3η Παραδοχή:

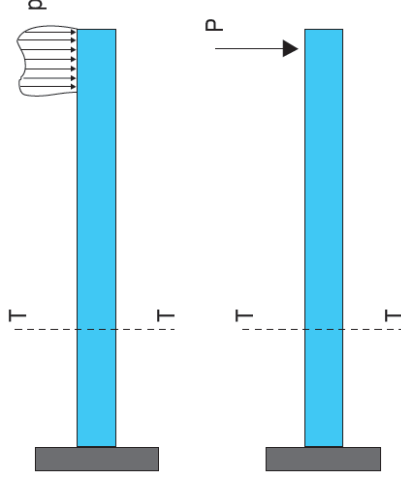
Οι επιβαλλόμενες εξωτερικές δυνάμεις αυξάνουν πολύ αργά ώστε να δύναται να θεωρηθούν **στατικές ή ψευδοστατικές** σε αντίθεση με τις δυναμικές και κρουστικές δυνάμεις που προκαλούν δυναμικά φαινόμενα, ταλαντώσεις, κ.α.



Γενικές παραδοχές:

4^η Παραδοχή:

Στατικά ισοδύναμα φορτία επιφέρουν σε ικανοποιητική απόσταση από την περιοχή δράσης τους ίδιες τάσεις και παραμορφώσεις: αρχή De St. VENANT (1796-1886).



Το κατανεμημένο φορτίο p επιφέρει τις ίδιες τάσεις και παραμορφώσεις με το συγκεντρωμένο P στην τομή $T-T$ όταν τα δύο φορτία είναι στατικά ισοδύναμα και η τομή απέχει ικανοποιητικά από το σημείο εφαρμογής των φορτίων.

5^η Παραδοχή:

Το υλικό θεωρείται ότι είναι **ομογενές**, δηλαδή παρουσιάζει σε κάθε σημείο τις ίδιες ιδιότητες, **ισότροπο**, δηλαδή ότι παρουσιάζει σε όλες κατευθύνσεις τις ίδιες ιδιότητες και **γραμμικά ελαστικό**, δηλαδή η παραμόρφωση μεταβάλλεται γραμμικά με το φορτίο.



Κατάταξη ελαστικών σωμάτων:

Ράβδος:

- Σώμα με μήκος πολύ μεγαλύτερο από τις άλλες διαστάσεις (διατομής).
- Παραλαμβάνει μόνον αξονικά φορτία (εφελκυστικά ή θλιπτικά).



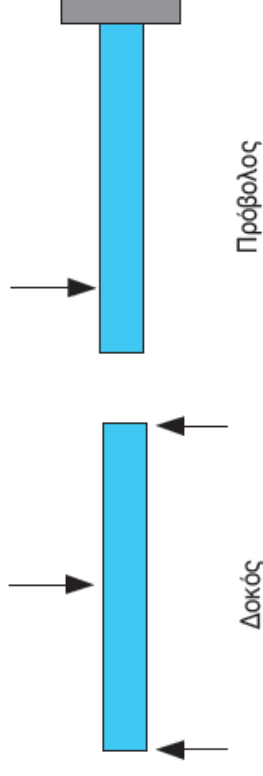
Καλώδιο:

- Υπο-περίπτωση ράβδου
- Παραλαμβάνει μόνον εφελκυστικά φορτία



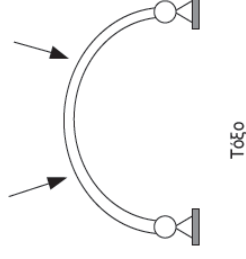
Δοκός:

- Σώμα με μήκος πολύ μεγαλύτερο από τις άλλες διαστάσεις (διατομής). Η διατομή είναι μεγαλύτερη αυτής της ράβδου.
- Παραλαμβάνει αξονικά και εγκάρσια φορτία.



Τόξο:

- Δοκός με καμπύλο.
- Παραλαμβάνει ακτινικά φορτία.

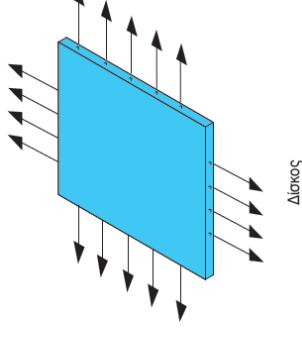




Κατάταξη ελαστικών σωμάτων:

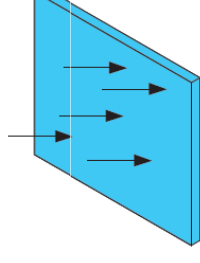
Δίσκος:

- Επίπεδο (λεπτό) σώμα με πάχος μικρότερο από τις άλλες διαστάσεις.
- Παραλαμβάνει δυνάμεις στο επίπεδο του.



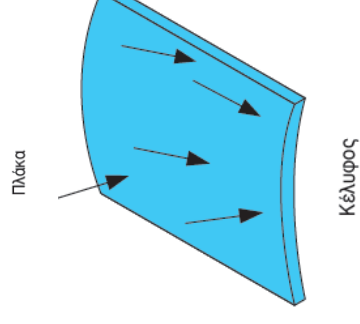
Πλάκα:

- Επίπεδο (λεπτό) σώμα με πάχος μικρότερο από τις άλλες διαστάσεις.
- Παραλαμβάνει και κατακόρυφες δυνάμεις.



Κέλυφος:

- Κυρτό (λεπτό) σώμα με πάχος μικρότερο από τις άλλες διαστάσεις.
- Παραλαμβάνει δυνάμεις με τυχαία διεύθυνση.





Κατάταξη δυνάμεων:

Χρόνο Δράσης:

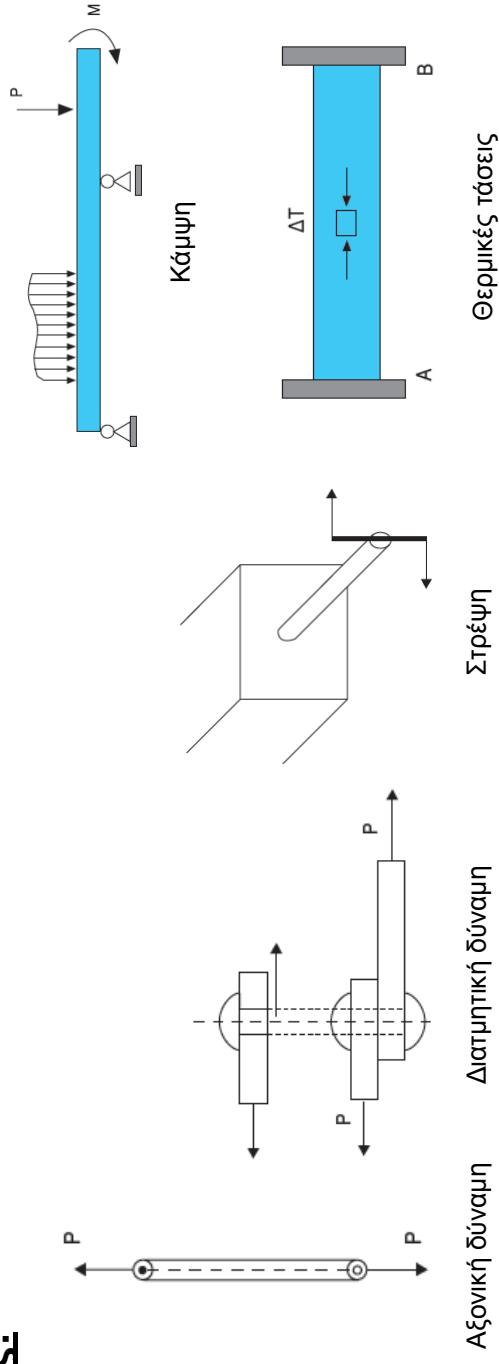
- Ψευδοστατικά: αυξάνουν ομαλά, πολύ αργά με το χρόνο,
- Μόνιμα ή πάγια: καταπονούν μόνιμα μια κατασκευή,
- Κρουστικά φορτία: δρουν απότομα με όλο το μέγεθος τους,
- Δυναμικά φορτία: μεταβάλλονται με το χρόνο.

Χώρος δράσης:

- Συγκεντρωμένα: δρουν σε πολύ μικρή περιοχή (σημείο),
- Κατανεμημένα: δρουν σε πεπερασμένη περιοχή του σώματος.

Είδος καταπόνησης:

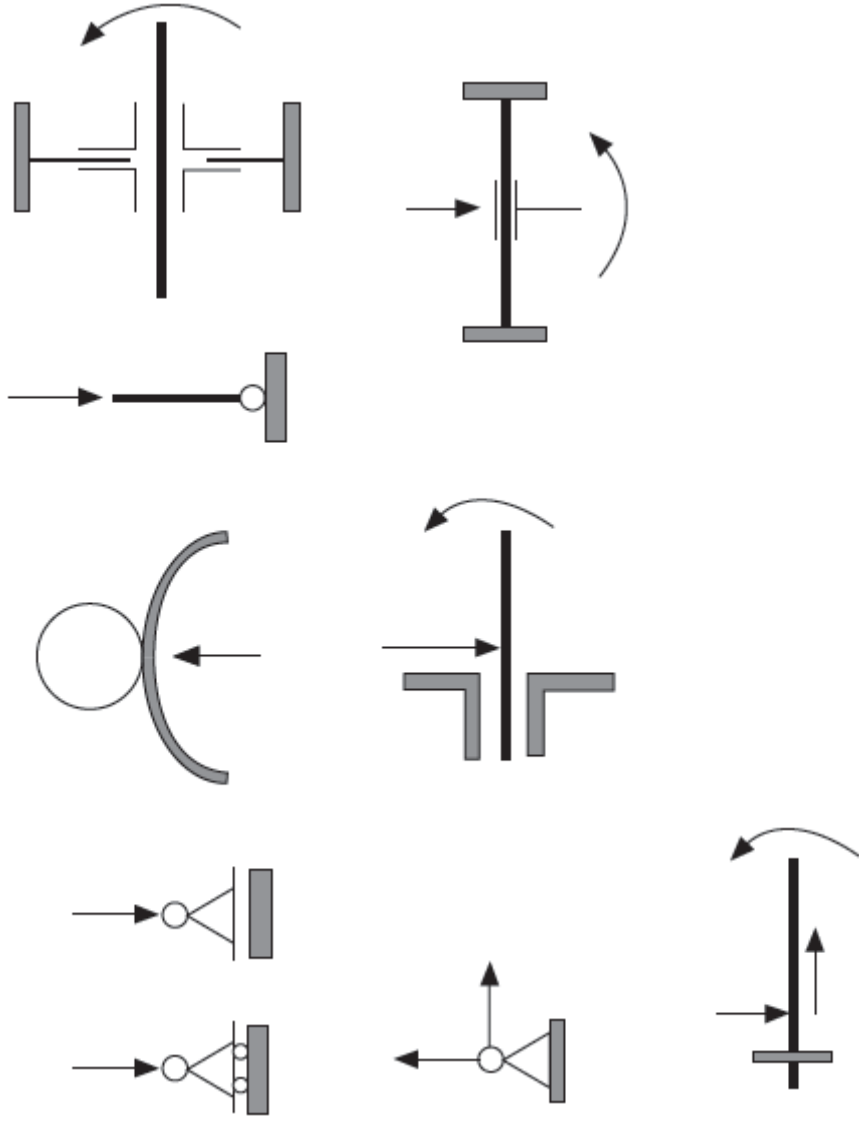
- Κεντροβαρική,
- Αξονική,
- Διατμητική,
- Στρέψη,
- Κάμψη,
- Θερμικές τάσεις





Είδη στηρίξεων:

- Βαθμοί ελευθερίας που περιορίζουν: **1**
- Βαθμοί ελευθερίας που περιορίζουν: **2**
- Βαθμοί ελευθερίας που περιορίζουν: **3**

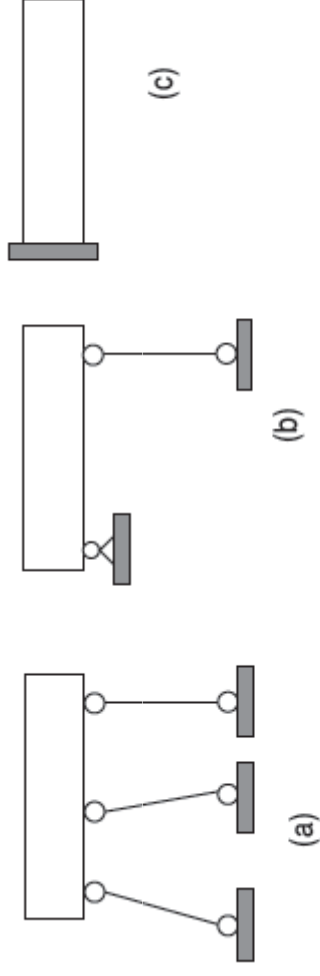




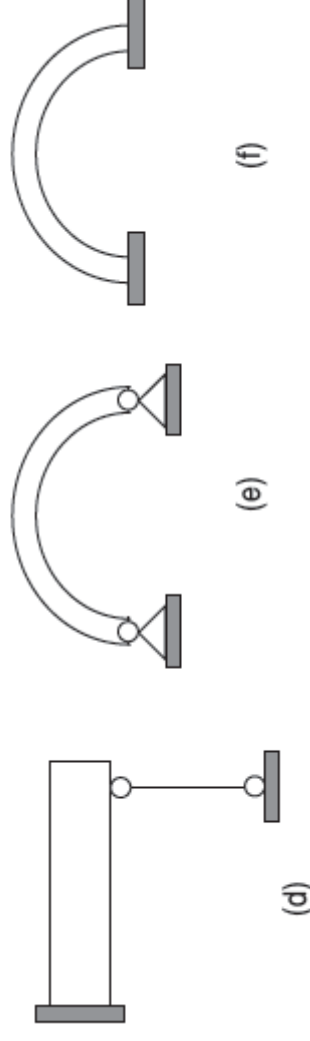
Είδη στηρίξεων:

- Σε περίπτωση που το σώμα έχει ελευθερία κίνησης ονομάζεται **μηχανισμός**.
- Διαφορετικά είναι **στατικά ορισμένο** ή **στατικά αόριστο**.

Στατικά ορισμένα σώματα:



Στατικά αόριστα σώματα:





Μέθοδος τομών:

- Σώμα που καταπονείται από διάφορες δυνάμεις βρίσκεται σε ισορροπία.
- Κάνουμε τομή με την βοήθεια του επιπέδου Τ.
- Τα δύο μέρη που προκύπτουν (I & II) βρίσκονται επίσης σε ισορροπία.
- Σχεδιάζουμε το Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος [Δ.Ε.Σ.] των τμημάτων και υπολογίζουμε τις εσωτερικές αντιδράσεις εφαρμόζοντας ισορροπία:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

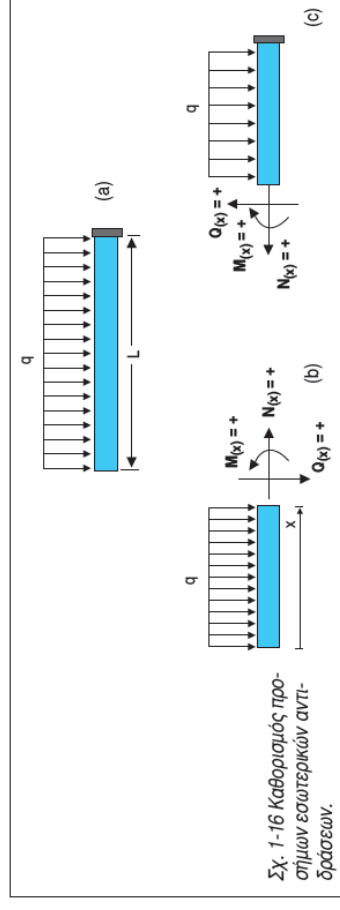
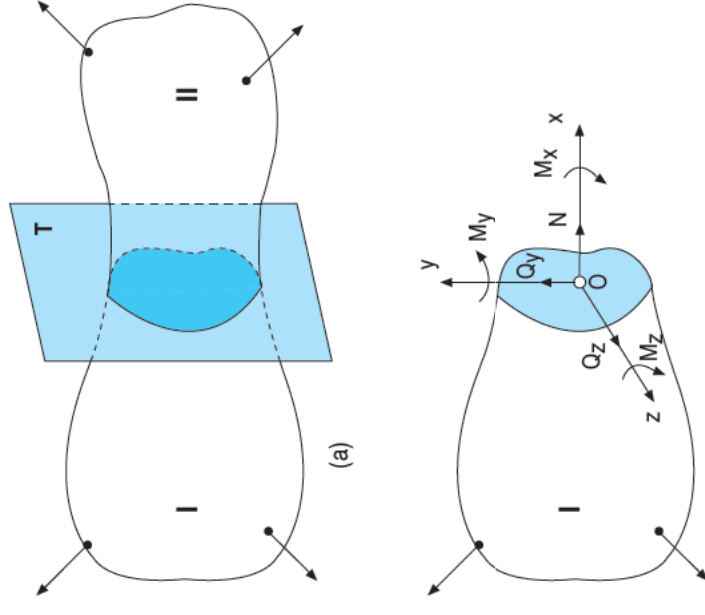
$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

Καθορισμός προσήμων εσωτερικών αντιδράσεων:





Διαδικασία κατασκευής διαγραμμάτων N, Q, M

1. Προσδιορισμός των αντιδράσεων στις στηρίξεις (συνθήκη ισορροπίας δοκού).
2. Διενέργεια τομών (ανάλογα με τις εναλλαγές του φορτίου).
3. Υπολογισμός συνάρτησεων ορθών δυνάμεων, διατμητικών δυνάμεων, καμπτικών ροπών.
4. Προσδιορισμός τιμών των συναρτήσεων στα σημεία των μεταβολής των δυνάμεων και στα σημεία που επιβάλλουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων (σημεία μηδενισμού, μηδενικής κλίσης, κ.α.).



Διαδικασία κατασκευής διαγραμμάτων N, Q, M

- Επίλυση Παραδείγματος 1-3 βιβλίου (σελ. 19).
- Εξάσκηση μέσω Παραδειγμάτων 1-1, 1-2, 1-4 και Ασκήσεων 1-1 έως 1-7.



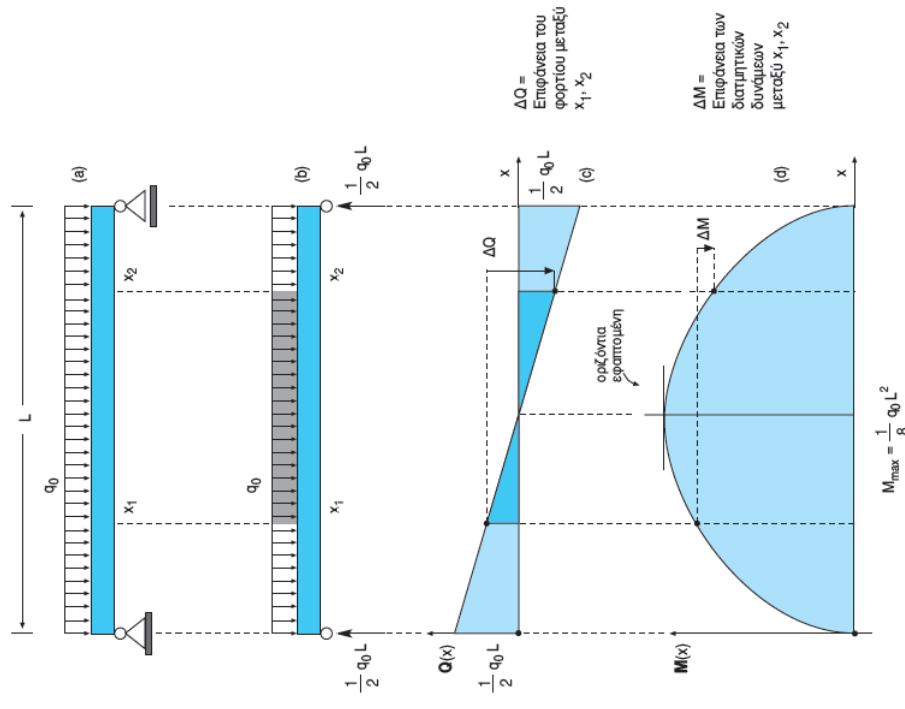
ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

- Η μεταβολή της διατμητικής δύναμης Q μεταξύ δύο σημείων x_1 και x_2 της δοκού ισούται με την επιφάνεια του διαγράμματος του φορτίου μεταξύ των δύο αυτών σημείων.

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = - \int_{x_1}^{x_2} q dx$$

- Η μεταβολή της καμπτική ροπής M μεταξύ δύο σημείων x_1 και x_2 της δοκού ισούται με την επιφάνεια του διαγράμματος του φορτίου μεταξύ των δύο αυτών σημείων.

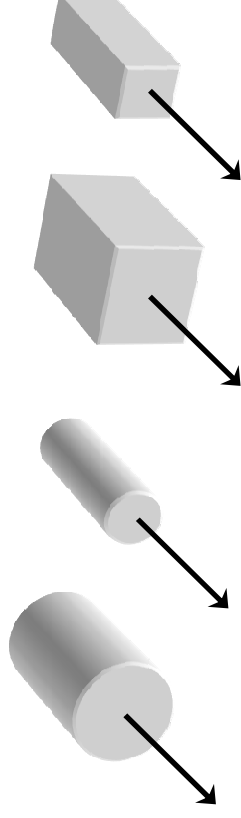
$$\Delta M = M_2 - M_1 = \int_{x_1}^{x_2} Q dx$$





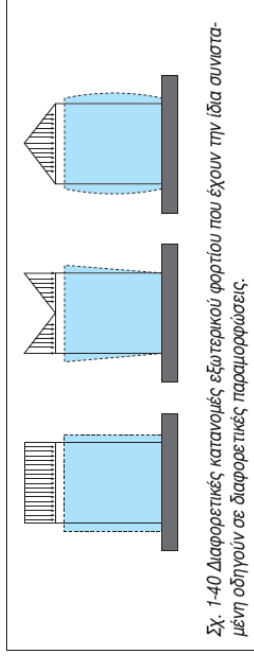
Κατανομή εσωτερικών αντιδράσεων στη διατομή-Ιάσεις

- Σώματα με διαφορετική διατομή αντιδρούν διαφορετικά στα ίδια φορτία.



→ Εξάρτηση της αντίδρασης των σωμάτων από την διατομή (σχήμα, διαστάσεις).

- Η επίδραση φορτίων με ίδια συνισταμένη αλλά διαφορετική κατανομή είναι διαφορετική

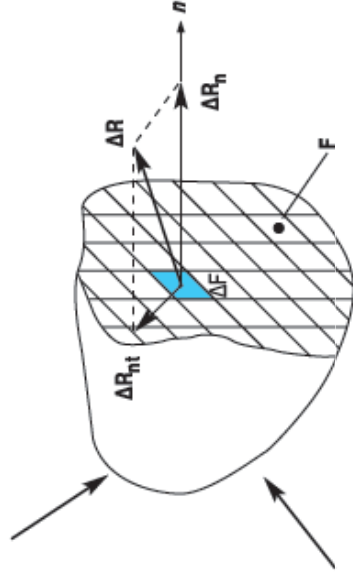


→ Εξάρτηση της αντίδρασης των σωμάτων από την κατανομή του φορτίου

Είναι απαραίτητη η εισαγωγή ενός μεγέθους για την περιγραφή της κατανομής των εσωτερικών αντιδράσεων σε κάθε σημείο της διατομής, ανεξάρτητα από την διατομή και την κατανομή του φορτίου.



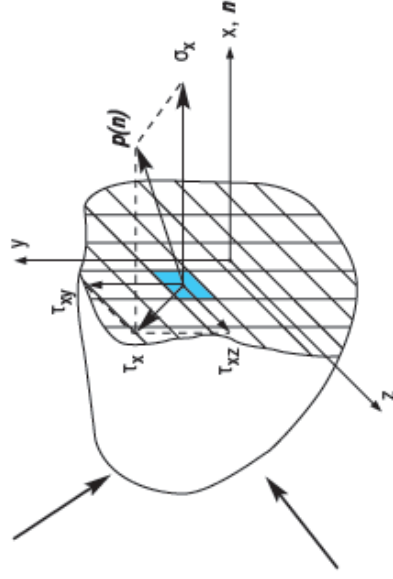
Ορισμός της τάσης



Μέση τάση στην περιοχή ΔF :

$$p(n) := \frac{\Delta R}{\Delta F} \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

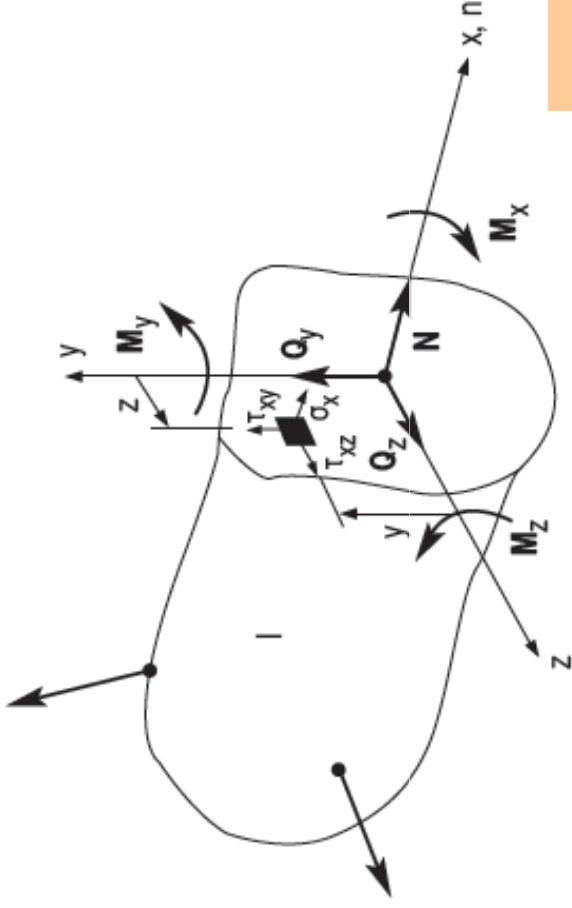
Τάση ή διάνυσμα τάσης (Cauchy 1789-1857)



$$p(n) := \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta F} = \frac{dR}{dF}$$

$$p(n) = -p(-n)$$

Ορισμός της τάσης



- Το διάνυσμα $\mathbf{p}(\mathbf{n})$ μπορεί να αναλυθεί σε μια ορθή συνιστώσα κάθετη στην επιφάνεια (**ορθή τάση**) και μια συνιστώσα παράλληλη προς το επίπεδο της τομής (**διατμητική τάση**).
- Σύμφωνα με τον ορισμό των ορθών και διατμητικών τάσεων και την συνθήκη στατικής ισοδυναμίας μεταξύ των εσωτερικών δυνάμεων και των εσωτερικών αντιδράσεων:

$$N = \int_F \sigma_x dF$$

$$Q_y = - \int_F \tau_{xy} dF$$

$$Q_z = - \int_F \tau_{xz} dF$$

$$M_x = - \int_F (z\tau_{xy} - y\tau_{xz}) dF$$

$$M_y = \int_F z\sigma_x dF$$

$$M_z = - \int_F y\sigma_x dF$$

Μονάδες μέτρησης (SI): Newton [N]/m²=Pa (Pascal), kPa=10³ Pa, MPa=10⁶ Pa, GPa=10⁹ Pa.



Συντελεστής ασφάλειας

- Ο προσδιορισμός των τάσεων σε ένα δομικό στοιχείο είναι αναγκαίος για
α. τον σχεδιασμό του, δηλ. την επιλογή του υλικού και τον καθορισμό της γεωμετρίας,
β. τον έλεγχο μιας υπάρχουσας κατασκευής ή μηχανής προκειμένου να εκτιμηθεί η
ασφάλεια της.

Πείραμα εφελκυσμού:

$$\sigma_F = \frac{P_F}{F_0}$$

Τάση διαρροής:

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0}$$

Όριο θραύσης:

F_0 Διατομή δοκιμίου

Συντελεστής ασφάλειας:

Ως προς την ασκούμενη δύναμη:

$$n = \frac{P_{\max}}{P_s}$$

Ως προς την θραύση:

$$n = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_B}$$

Ως προς την διαρροή:

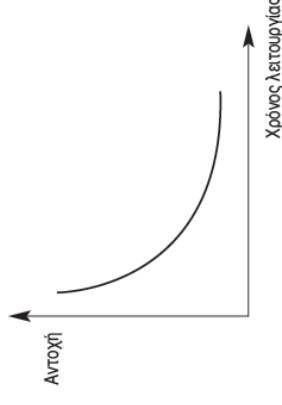
$$n = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_F}$$

- Ο συντελεστής ασφάλειας δείχνει πόσες φορές ή μέγιστη τάση (δύναμη) που αναπτύσσεται σε μια κατασκευή είναι μικρότερη από την αντίστοιχη επιτρεπόμενη τάση (δύναμη).



Συντελεστής ασφάλειας

- Με τον χρόνο, η αντοχή του υλικού μειώνεται εξαιτίας περιβαλλοντικών επιδράσεων και επομένως μειώνεται και ο συντελεστής ασφάλειας.
- Είναι απαραίτητος ο συνεχής έλεγχος προκειμένου να είναι γνωστή η **απομένουσα αντοχή** του υλικού.



Επιλογή συντελεστή ασφάλειας:

Τα φορτία (είδος, συχνότητα και μέγεθος) που αναμένεται να δεχθεί η κατασκευή καθ' όλη τη διάρκεια λειτουργίας της. Ας σημειωθεί ότι μόνο μερικά φορτία είναι γνωστά με ικανοποιητική ακρίβεια (βάρος).

Την συμπεριφορά και την κατάλληλη επιλογή του υλικού. Η σύνθεση, η αντοχή, οι διαστάσεις κ.λπ. του υλικού συνδέονται με τη μέθοδο παραγωγής και κατά συνέπεια εμφανίζουν διαφοροποιήσεις. Επιπλέον οι μηχανικές ιδιότητες μεταβάλλονται με τη γήρανση ή με τη φθορά του υλικού.

Τις αδυναμίες στη συναρμολόγηση και τις ατέλειες που θα προκύψουν κατά τη διάρκεια της κατασκευής, που μπορεί να οδηγήσουν σε αυτεντατικές καταστάσεις.

Το είδος της αστοχίας της κατασκευής. Η αστοχία σε κατασκευές από ψαθυρά υλικά είναι βίαιη και πραγματοποιείται δίχως προειδοποίηση. Απεναντίας όλκιμα υλικά όπως ο Χάλυβας, το Αλουμίνιο κ.λπ. υπόκεινται σε έντονες πλαστικές παραμορφώσεις πριν από τη θραύση, προειδοποιώντας έτσι για οποιαδήποτε υπερφόρτιση πριν από την τελική κατάρρευση. Από την άλλη πλευρά η ψαθυρή ή όλκιμη συμπεριφορά ενός δομικού στοιχείου δεν εξαρτάται μόνο από το υλικό, αλλά γενικότερα και από την εντατική κατάσταση στην οποία υπόκειται, καθώς και τις συνθήκες λειτουργίας.

Την ακρίβεια της ανάλυσης. Όλες οι μέθοδοι σχεδιασμού στηρίζονται πάνω σε απλοποιήσεις και παραδοχές, οι οποίες οδηγούν σε αποτελέσματα που κατά προσέγγιση μόνο εκφράζουν τις πραγματικές τάσεις.

Επιπρόσθετα, στην εκτίμηση του συντελεστή ασφάλειας παίζει σημαντικό ρόλο το ερώτημα κατά πόσον μια ενδεχόμενη αστοχία θέτει σε κίνδυνο ανθρώπινες ζωές.



Συντελεστής ασφάλειας

1.25 – 1.5:

- Οι ιδιότητες του υλικού είναι πλήρως γνωστές. Οι συνθήκες λειτουργίας είναι πλήρως γνωστές. Τα φορτία, οι τάσεις και οι παραμορφώσεις είναι γνωστά με μεγάλη βεβαιότητα. Απαιτείται συχνός έλεγχος και συντήρηση. Απαίτηση για χαμηλό βάρος (ελαφρά κατασκευή). **Αεροναυπηγικές κατασκευές**

1.5 – 2:

- Οι ιδιότητες των υλικών είναι γνωστές. Οι περιβαλλοντικές συνθήκες λειτουργίας είναι σχεδόν σταθερές. Τα φορτία και οι τάσεις μπορούν να υπολογιστούν. Απαιτείται συχνός έλεγχος και συντήρηση. **Μηχανολογικές κατασκευές**

2 – 2.5:

- Η προμήθεια των υλικών γίνεται από αξιόπιστους προμηθευτές. Οι περιβαλλοντικές συνθήκες λειτουργίας είναι κανονικές. Τα φορτία και οι τάσεις μπορούν να υπολογιστούν και να ελεγχθούν. **Μηχανολογικές κατασκευές Πολιτικού Μηχανικού (κτίρια)**

2.5 – 3:

- Για υλικά λιγότερο γνωστά ή ψαθυρά υπό μια μέση κατάσταση λειτουργίας (περιβάλλον, φορτίο, τάση) **Κατασκευές Πολιτικού Μηχανικού (Γέφυρες)**

3 – 4:

- Για μη-ελεγμένα υλικά υπό μέση κατάσταση λειτουργίας (περιβάλλον, φορτίο, τάση). Επίσης για ελεγμένα υλικά υπό αβέβαιη κατάσταση λειτουργίας (περιβάλλον, φορτίο, τάση).